

Toets Quantum Fysica II

Olaf Scholten
Kernfysisch Versneller Instituut
NL-9747 AA Groningen

18 mei 1999

Opgave 1

Twee deeltjes met ieder een massa m bewegen op een cirkel met straal a . De Hamiltoniaan voor één deeltje j is

$$H_j = \frac{-\hbar^2}{2ma^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_j^2}, \quad 0 \leq \phi_j < 2\pi,$$

met als eigenfuncties en energieën

$$\psi_n(\phi_j) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{in\phi_j}, \quad E_n = n^2 \frac{\hbar^2}{2ma^2},$$

waarbij n geheel is. De twee deeltjes Hamiltoniaan is nu

$$H = H_1 + H_2.$$

a. Geef de eigenfuncties en eigenwaarden voor het twee deeltjes probleem.

Op $t = 0$ is de twee-deeltjes golffunctie gegeven door

$$\psi(\phi_1, \phi_2, t = 0) = \sqrt{\frac{2}{3\pi^2}} \cos^2(\phi_1) e^{i\phi_2}$$

b. Geef de golffunctie voor $t > 0$.

c. Op $t = T$ wordt de energie gemeten. Geef de mogelijke uitkomsten en kansen.

Opgave 2

Een deeltje bevindt zich in een genormeerde toestand

$$\psi(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} + \frac{1}{\sqrt{18}} \left[-iY_{1,1}(\theta, \phi) + \sqrt{7}Y_{1,0}(\theta, \phi) + Y_{1,-1}(\theta, \phi) \right].$$

a. Welke waarden van L^2 kunnen gemeten worden?

b. Wat is de verwachtingswaarde van L^2 ?

c. Welke waarden van L_z kunnen gemeten worden?

d. Wat is de verwachtingswaarde van L_z ?

e. Geef de genormeerde golffunctie als uit de meting blijkt dat $L_z = 0$.